

**Câu 1: (4 điểm)**

- a) Tìm các chữ số  $x$  và  $y$  sao cho  $\overline{xyxy} = (\overline{xx})^2 + (\overline{yy})^2$ .
- b) Tìm chữ số tận cùng của số  $N = 999999999^{999999999}$ .

**Câu 2: (3 điểm)**

Giả sử phương trình:  $x^2 + ax + b = 0$  có nghiệm  $x_1, x_2$  và phương trình  $x^2 + cx + d = 0$  có nghiệm  $x_3, x_4$ . Chứng minh rằng:

$$2(x_1 + x_3)(x_1 + x_4)(x_2 + x_3)(x_2 + x_4) = 2(b - d)^2 - (a^2 - c^2)(b - d) + (b + d)(a + c)^2.$$

**Câu 3: (5 điểm)**

- a) Tìm tất cả các cặp số nguyên  $(x; y)$  sao cho  $x^2 - 668xy - 669y^2 = 2019$ .

b) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x + \frac{2}{x} + 2y + \frac{2}{y} = 9 \\ 4x^2 + \frac{4}{x^2} + 4y^2 + \frac{4}{y^2} = 25 \end{cases}.$$

**Câu 4: (4 điểm)**

Cho hình vuông ABCD nội tiếp đường tròn (O), lấy một điểm M ( $M \neq C, M \neq D$ ) trên cung CD của đường tròn (O). Chứng minh:  $MA + MC = \sqrt{2}MB$ .

**Câu 5: (4 điểm)**

Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Tiếp tuyến tại điểm M ( $M \neq A, M \neq B$ ) tùy ý trên đường tròn (O) cắt các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và B lần lượt ở C và D.

- a) Xác định vị trí của điểm M sao cho chu vi tam giác COD nhỏ nhất.
- b) Gọi E là giao điểm của OC với AM, F là giao điểm của OD với BM. Xác định vị trí của điểm M để đường tròn ngoại tiếp tứ giác CEFD có bán kính nhỏ nhất.

----- Hết -----